

# 1 Analýza modelu typu dravec-kořist s proměnnou funkční odpovědí

Tento model je založen na pozorování, že dravci mezi sebou přímo neinterferují, pokud je poměr počtu dravců ku počtu kořisti dostatečně malý (mnoho kořisti na každého dravce), avšak interferují, pokud je tento poměr velký (málo kořisti na každého dravce). Model vypadá následovně:

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= rN \left(1 - \frac{N}{K}\right) - f(N, P)P \\ \frac{dP}{dt} &= -mP + e f(N, P)P\end{aligned}\tag{1}$$

První rovnice popisuje dynamiku množství či hustoty kořisti  $N$ , druhá dynamiku množství či hustoty dravce  $P$ . Kořist tedy bez dravce roste logisticky, dravec bez kořisti exponenciálně vymírá. Interakci mezi kořistí a dravcem popisuje funkční odpověď dravce  $f(N, P)$ .

Budeme předpokládat, že pro  $P/N < c$ , kde  $c$  je nějaká daná kritická hodnota poměru počtu dravců ku počtu kořisti, je tato funkční odpověď typu II,

$$f(N, P) = \frac{\lambda N}{1 + \lambda h N}\tag{2}$$

a pro  $P/N > c$  je Beddington-DeAngelisova typu s interferencí mezi dravci,

$$f(N, P) = \frac{\lambda N}{1 + \lambda h N + b P}, \quad b > 0\tag{3}$$

Takto zformulovaný model je model s nespojitou pravou stranou. Možností, jak tuto 'nepříjemnost' odstranit, je uvažovat 'zhlazení' funkce  $f(N, P)$  při přechodu hodnoty  $c = P/N$  například takto:

$$f(N, P) = \frac{\lambda N}{1 + \lambda h N + \chi b P}, \quad b > 0\tag{4}$$

kde 'preferenční faktor'  $\chi$  bude mít tvar:

$$\chi = \frac{\left(\frac{P}{N}/c\right)^n}{1 + \left(\frac{P}{N}/c\right)^n}, \quad n \geq 2\tag{5}$$

Úkolem studenta je:

1. Nastudovat a porovnat známá řešení této úlohy pro případy  $\chi = 0$  a  $\chi = 1$ .
2. Provést základní analýzu modelu (1) s funkční odpovědí (4) a (5) (ekvilibria a jejich lokální stabilita metodou linearizace).

3. Provést numerickou bifurkační analýzu tohoto modelu pro různé hodnoty parametrů  $c$  a  $n$  a srovnat výsledky této analýzy s odpovídajícími bifurkačními diagramy pro známé případy  $\chi = 0$  a  $\chi = 1$ .
4. Ověřit výsledky bifurkační analýzy pomocí numerické simulace řešení tohoto modelu.