2 Analýza modelu typu dravec-kořist s natalitou kořisti závislou na poměru počtu kořisti ku počtu dravců

Tento model je založen na pozorování, že natalita kořisti může záviset nejen na množství kořisti a množství dravce, ale také na jejich poměru. Model vypadá následovně:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= b(N,P)N - (d + d_1 N)N - f(N,P)P \\ \frac{dP}{dt} &= -mP + e f(N,P)P \end{aligned} \tag{6}$$

První rovnice popisuje dynamiku množství či hustoty kořisti N, druhá dynamiku množství či hustoty dravce P. Kořist tedy bez dravce roste logisticky, dravec bez kořisti exponenciálně vymírá. Interakci mezi kořistí a dravcem popisuje funkční odpověď dravce $f(N,P)$.

Budeme předpokládat, že funkční odpověď dravce $f(N,P)$ je typu II,

$$f(N,P) = \frac{\lambda N}{1 + \lambda h N} \tag{7}$$

V případě, že $b(N,P) = b$ je konstantní, jedná se o známý model typu dravec-kořist, který poslouží jako srovnání. Klíčovým prvkem modelu je volba tvaru funkce $b(N,P)$. Pro účely této práce ji zvolíme takto:

$$b(N,P) = b\,\frac{N/P}{N/P + c} = b\,\frac{N}{N + cP} \tag{8}$$

kde c je nějaká kladná konstanta.

Úkolem studenta je:

1. Nastudovat známé řešení této úlohy pro případ konstantní funkce $b(N,P) = b$; všimněte si, že to odpovídá případu $c = 0$ ve vztahu (8).
2. Provést základní analýzu modelu (6) s funkční odpovědí (7) a natalitou danou funkcí (8) (ekvilibria a jejich lokální stabilita metodou linearizace).
3. Provést numerickou bifurkační analýzu tohoto modelu pro různé hodnoty parametru c a srovnat výsledky této analýzy s odpovídajícím diagramem pro známý případ konstantní funkce $b(N,P) = b$.
4. Ověřit výsledky bifurkační analýzy pomocí numerické simulace řešení tohoto modelu.